

Określanie liczby mieszkańców budynków wielorodzinnych

Determination of residents number in multi-apartment residential buildings

WŁADYSŁAW SZAFLIK

DOI 10.36119/15.2021.10.2

W celu określenia dobowego zużycia wody w budynku mieszkalnym wielorodzinnym potrzebna jest znajomość liczby mieszkańców zasiedlających budynek i zużycia wody przez jednego mieszkańca. W artykule przedstawiono sposób określania liczby mieszkańców o określonym prawdopodobieństwie występowania wraz z niższymi. Przyjęto, że średnia liczba osób zasiedlająca pojedyncze mieszkanie w budynku mieszkalnym wielorodzinnym, jest zmienną losową o rozkładzie normalnym o wartości oczekiwanej \bar{m}_i i odchyleniu standardowym $S_{\bar{m}_i}$. Następnie, przyjmując podane w artykule założenia, określono parametry tego rozkładu. W tym celu wykorzystano wyniki dotyczące zaludnienia mieszkań w roku 2019, w sześćdziesięciu pięciu budynkach mieszkalnych zlokalizowanych na kilku osiedlach mieszkaniowych w Szczecinie, w jednej ze spółdzielni mieszkaniowych. Znajomość parametrów rozkładu umożliwia określenie zaludnienia lokalu mieszkalnego w zależności od prawdopodobieństwa. Znając je, obliczono zaludnienie lokalu o 90%, 95% i 99%, prawdopodobieństwie występowania wraz z niższymi wartościami w zależności od liczby lokali w budynku. Znając zaludnienie pojedynczego lokalu i liczbę lokali można określić liczbę mieszkańców. Otrzymane wyniki przedstawiono na wykresach.

Słowa kluczowe: wielorodzinne budynki mieszkalne, zaludnienie budynków wielorodzinnych, zaludnienie lokali

In order to determine the daily water consumption in a multi-apartment residential building, the number of residents must be determined. The paper presents a method of determining the number of residents with a specific probability of occurrence. It was assumed that the average number of residents in a multi-apartment residential building inhabiting a single apartment, is a random variable with a normal distribution with the expected value \bar{m}_i and standard deviation $S_{\bar{m}_i}$. Then, based on those assumptions, the distribution parameters of the number of residents inhabiting a single apartment were determined. The number of residents determined in 2019 of sixty-five residential buildings located in several districts in Szczecin in one of the housing cooperatives were used for the calculations. By knowing the distribution parameters, it was possible to determine the population of a residential building depending on the probability. The population was calculated for probability of occurring of 90%, 95% and 99% in relation to the number of residents in the building. The obtained results are presented in the figures.

Keywords: multi-apartment residential buildings, number of residents in multi-apartment residential buildings, number of residents in apartments

Oznaczenia:

f – funkcja gęstości prawdopodobieństwa,
 F – dystrybuanta,
 l – liczba lokali,
 l_b – liczba lokali budynku [lokali/budynek],
 m – liczba mieszkańców,
 m_l – liczba mieszkańców lokalu, [osób/lokal],
 m_b – liczba mieszkańców budynku, [osób/budynek],
 m_b^i – liczba mieszkańców w i lokalu budynku, [osób/lokal],
 n – liczba budynków,
 \bar{m}_b – wartość oczekiwana liczby mieszkańców budynku, [osób/budynek],

\bar{m}_i – wartość oczekiwana liczby mieszkańców lokalu, [osób/lokal],
 $S_{\bar{m}_i}$ – odchylenie standardowe liczby lokatorów budynku, [osób/budynek],
 $S_{\bar{m}_i}$ – odchylenie standardowe liczby lokatorów lokalu, [osób/lokal],
 $\bar{S}_{\bar{m}_i}$ – średni błąd średniej liczby lokatorów lokalu dla budynku,
 z_α – wartość określona z tablic zastandaryzowanego rozkładu normalnego dla wartości dystrybuanty α ,
 α – prawdopodobieństwo występowania wraz z niższymi wartościami.

Wprowadzenie

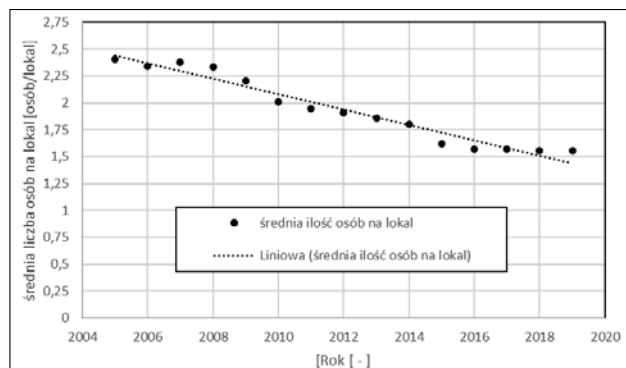
Wielkość średniego dobowego zużycia ciepłej lub zimnej wody w budynku mieszkalnym oblicza się mnożąc średni

dobowy pobór wody na jednego mieszkańca przez liczbę mieszkańców. Metodę określenia jednostkowego średniego poboru wody o określonym prawdopodobieństwie występowania wraz z niższymi wartościami i jego wartości, dla prawdopodobieństwa 90%, 95% i 99%, wyznaczone na podstawie pomiarów przedstawiono w artykułach [4, 5]. W artykule [5] przedstawiono zmienność wartości tego poboru w funkcji prawdopodobieństwa występowania wraz z niższymi, zaś w pozycji [4] uwzględniono również wpływ liczby mieszkańców budynku na wartość średniego zużycia, przez lokatora, wody o określonym prawdopodobieństwie.

Średnie zaludnienie jednego lokalu, w analizowanych zasobach mieszkaniowych, obniżało się w ostatnich latach.

prof. dr hab. inż. Władysław Szaflik – <https://orcid.org/0000-0003-3767-8766> Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Wydział Budownictwa i Architektury, Szczecin. Adres do korespondencji/Corresponding author: Wladyslaw.Szaflik@zut.edu.pl

Średnią liczbę osób zamieszkujących jeden lokal w latach 2015-2019 pokazano na rysunku 1 [2]. W analizowanych zasobach mieszkaniowych średnio jeden lokal zamieszkiwało, w roku 2005, 2,44 osoby, zaś w roku 2019 – 1,55 osoby, przy czym wartości średniego zaludnienia lokali w budynkach w latach 2015-2019 były mniej więcej na tym samym poziomie. Na rysunku tym pokazano również linię trendu



Rys. 1. Średnia liczba osób zamieszkujących jeden lokal w badanych budynkach w latach 2005 – 2019 wraz z linią trendu
Fig. 1. Mean number of residents in a single apartment in studied buildings between 2005-2019 with a trend line

dla charakterystyki liniowej. Współczynnik nachylenia linii trendu wynosi – 0,0774 [liczby osób/lokal].

Liczba lokatorów budynku związana jest z czasem jego zasiedlenia. Dane wskazują, że początkowo, po zasiedleniu budynku, liczba ludzi zamieszkujących budynek zwiększa się, następnie maleje i teoretycznie po pewnym długim czasie dochodzi do stanu równowagi [3]. Występująca losowa zmienność liczby lokatorów w poszczególnych lokalach mieszkalnych związana jest z indywidualnym podejściem poszczególnych lokatorów do liczebności rodziny, ich oczekiwaniami i ich możliwościami. Można stwierdzić, że od pewnego czasu w Polsce występuje malejący trend średniej liczebności rodziny w czasie. Istotny wpływ na wartość tego parametru mają też czynniki związane z dostępnością mieszkań.

W artykule, na podstawie danych uzyskanych ze spółdzielni mieszkaniowej dotyczących liczby lokatorów w poszczególnych budynkach w 2019 roku, określono parametry rozkładu liczby osób zamieszkałych w pojedynczym lokalach. Liczbę osób zamieszkałych w budynkach określono na podstawie zgłoszeń najemców. Rzeczywista liczba osób zamieszkałych w poszczególnych budynkach i korzystających z wody jest praktycznie niemożliwa do ustalenia.

Do projektowania liczbę mieszkańców określa się na podstawie danych zawartych w literaturze i przepisach, opracowanych na podstawie badań liczby osób w zamieszkałych już budynkach. W ostatnich latach zaludnienie lokali obniża się, a publikowane dane dotyczą wcze-

śniejszego okresu. Obecnie określenie liczby mieszkańców w budynku jest dosyć kłopotliwe i praktycznie każdy projektant wykorzystuje do tego celu swoją wiedzę, doświadczenie i intuicję.

Autor, przeglądając literaturę, nie spotkał się z analizowaniem wpływu losowości liczby osób zamieszkałych w poszczególnych lokalach budynku na prawdopodobieństwo liczby jego mieszkańców.

W niniejszym artykule przedstawiono probabilistyczną metodę umożliwiającą wyznaczenie parametrów rozkładu opisującego zmienność liczby mieszkańców budynku na podstawie danych o ilości lokali i mieszkańców w dużej liczbie budynków. Umożliwia to określanie liczby mieszkańców lokalu, o różnym prawdopodobieństwie występowania wraz z niższymi wartościami, w zależności od liczby lokali w budynku.

Opis przyjętego modelu

Liczba mieszkańców lokalu w budynku zależy od wielu czynników, najważniejsze z nich wymieniono we wstępie. W artykule przyjęto, że liczba lokatorów w lokalu jest zmienną losową o rozkładzie normalnym o wartości oczekiwanej \bar{m}_l i odchyleniu standardowym $S_{\bar{m}_l}$. Gęstość tego rozkładu jest określona zależnością (1) a dystrybuanta równaniem (2) [1]:

$$f(m_l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(m_l - \bar{m}_l)^2}{S_{\bar{m}_l}^2}\right) \quad (1)$$

$$F(m_l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{m_l} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(m_l - \bar{m}_l)^2}{S_{\bar{m}_l}^2}\right) dm_l \quad (2)$$

Rozkład normalny ma tę właściwość, że zmienna, będąca sumą zmiennych o rozkładzie normalnym, ma również rozkład normalny [1]. Przy znajomości parametrów rozkładu, na podstawie przedstawionej powyżej właściwości rozkładu normalnego, można określić parametry roz-

kładu opisującego zmienność sumy zaludnienia pojedynczych lokali:

$$\bar{m}_b = I_b \bar{m}_l \quad (3)$$

$$S_{\bar{m}_b}^2 = I_b S_{\bar{m}_l}^2 \quad (4)$$

$$S_{\bar{m}_b} = \sqrt{I_b} S_{\bar{m}_l} \quad (5)$$

Na podstawie przedstawionych poniżej zależności określono parametry rozkładu opisującego zmienność średniego zaludnienia lokalu w budynku obejmujących I_b lokali mieszkalnych:

$$\bar{m}_l(I) = \frac{I_b \bar{m}_l}{I_b} = \bar{m}_l \quad (6)$$

$$S_{\bar{m}_l}(m) = \frac{\sqrt{I_b} S_{\bar{m}_l}}{I_b} = \frac{S_{\bar{m}_l}}{\sqrt{I_b}} \quad (7)$$

Jest to bardzo prosty model statystyczny, istotnym jego elementem, opisanym w dalszej części artykułu, jest metodyka określenia odchylenia standardowego dla pojedynczego jednostkowego zaludnienia mieszkania na podstawie danych dotyczących liczby lokali i mieszkańców w wielu budynkach mieszkalnych.

Zaletą proponowanego modelu, w stosunku do dotychczas stosowanej metody – opartej na przyjęciu stałej wartości liczby mieszkańców budynku – jest możliwość określenia wartości poboru wody w budynku o przyjętym prawdopodobieństwie występowania wraz z niższymi, w zależności od średniego poboru wody i liczby lokatorów. Umożliwia to dalsze analizy z uwzględnieniem ryzyka związanego z uwzględnieniem liczby lokatorów budynku i prawdopodobieństwa występowania.

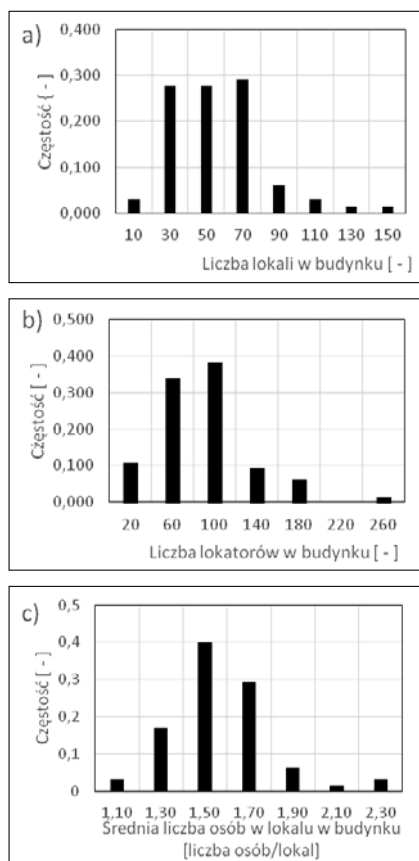
Charakterystyka badanych obiektów

Analizowane budynki zlokalizowane były na osiedlach mieszkaniowych w Szczecinie w województwie zachodniopomorskim. Podstawową substancją mieszkaniową osiedli stanowiły budynki zbudowane w technologii wielkopłytowej. Analiza została przeprowadzona na podstawie danych udostępnionych przez jedną ze spółdzielni mieszkaniowych w Szczecinie. Dotyczyły one liczby mieszkańców zamieszkujących badane budynki na osiedlach w roku 2019. Przeprowadzono analizę 65 budynków mieszkalnych, średnia liczba mieszkańców w badanych budynkach w tym roku wynosiła 5874 osób, natomiast liczba lokali mieszkalnych była równa 3778.

Na rysunku 2. przedstawiono histogramy charakteryzujące badane obiekty: histogram liczby lokali w budynkach (rys. 2a),

histogram liczby lokatorów w budynkach (rys. 2b) oraz histogram średniej liczby osób zamieszkujących lokal (rys. 2c).

Średnia liczba lokali mieszkalnych w budynku wynosiła 58,12 [lokali/budynek], średnia liczba lokatorów w budynku 90,37 [lokatorów/budynek], Średnie zaludnienie jednego lokalu mieszkalnego było dosyć niskie, w roku 2019 średnio jeden lokal zamieszkiwało 1,56 osoby.



Rys. 2. Charakterystyka budynku: a) histogram liczby lokali w budynkach, b) histogram liczby lokatorów w budynkach, c) histogram zasiedlenia lokali
Fig.2. Buildings characteristics: a) number of apartment in buildings, b) number of residents in buildings, c) population of the apartments

Liczba mieszkańców określana była przez spółdzielnię na podstawie liczby osób zgłoszonych przez lokatorów administracji danej nieruchomości i zmieniała się w przedziale od 23 do 249 osób.

Metodyka opracowania wyników pomiarów

Liczbę mieszkańców zaludniających pojedyncze mieszkanie określono, wykorzystując podane przez administrację spółdzielni dane o liczebności mieszkań i lokatorów w poszczególnych budynkach. Dla analizowanych budynków obliczono ze wzoru (8) średnią ważoną liczbę lokatorów w mieszkaniu:

$$\bar{m}_l = \frac{\sum_{i=1}^n m_{b_i}}{\sum_{i=1}^n l_i} \quad (8)$$

Średnią liczbę osób zamieszkujących pojedyncze mieszkanie określono na podstawie bardzo licznej próby (liczebność lokali mieszkalnych w badanych budynkach wynosiła 3822 mieszkań). Założono, że obliczona średnia wartość ważona praktycznie odpowiada wartości oczekiwanej. Ze względu na dużą liczbę budynków przyjęto, że różnica pomiędzy wartością średnią określoną dla danego budynku, a wartością średnią ważoną dla wszystkich budynków odpowiada wartości średniego błędów kwadratowy wartości średniej liczby lokatorów w lokalu dla tego budynku $\bar{S}_{\bar{m}_l}$:

$$\bar{S}_{\bar{m}_l} = \bar{m}_l^b - \bar{m}_l \quad (9)$$

Dla danego budynku średni błąd liczby lokatorów w mieszkaniu wynosi:

$$\bar{S}_{\bar{m}_l} = \frac{S_{\bar{m}_l}^b}{\sqrt{l_b}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{l_b} (m_{l_i}^b - \bar{m}_l)^2}{l_b (l_b - 1)}} \quad (10)$$

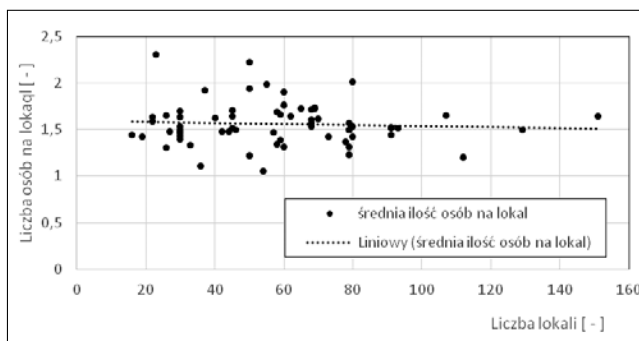
Przekształcając równanie (10) określono sumę kwadratów odchylenia zaludnienia lokali dla wszystkich lokali w budynku:

$$\sum_{i=1}^{l_b} (m_{l_i}^b - \bar{m}_l)^2 = l_b (l_b - 1) \bar{S}_{\bar{m}_l}^2 \quad (11)$$

Gdzie $\bar{S}_{\bar{m}_l}^2$ określone jest zależnością (8). W ten sposób można określić sumę kwadratów odchylenia dla zaludnienia mieszkań w każdym budynku. Podstawiając do równania definiującego odchylenie standardowe zależność (10), uwzględniając wszystkie budynki, otrzymano zależność (11) na średnią wartość odchylenia standardowego zaludnienia pojedynczego lokalu $\bar{S}_{\bar{m}_l}$ (jednego mieszkania):

$$S_{\bar{m}_l} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} l_{b_i} (l_{b_i} - 1) \bar{S}_{\bar{m}_l}^2}{\left(\sum_{i=1}^{i=n} l_{b_i}\right) - 1}} \quad (12)$$

Rys. 3. Rzeczywiste wartości średniego zaludnienia lokalu w funkcji liczby lokali w budynku
Fig. 3. Real values of mean population of the apartments in regard to number of apartments



Znajomość średniej wartości odchylenia standardowego liczby osób zamieszkujących pojedynczy lokal $S_{\bar{m}_l}$ pozwala z przedstawionej zależności (δ) na określenie wartości średniej jednostkowego odchylenia standardowego dla populacji o dowolnej liczebności mieszkań $S_{\bar{n}_l}(m)$ i umożliwia obliczenie liczby osób zamieszkujących w jednym lokalu z tej populacji o dowolnym prawdopodobieństwie wraz z mniejszymi.

W celu obliczenia wartości zaludnienia pojedynczego lokalu o określonym prawdopodobieństwie wraz z niższymi, w zależności od liczby mieszkańców budynku, wykorzystano zależność dotyczącą standaryzowania rozkładu normalnego [1]:

$$m_l(m) = m_l + z_{\alpha} S_{\bar{m}_l}(m) \quad (13)$$

Wyniki badań

W tabeli 1. przedstawiono wartość średnią i odchylenie standardowe liczby osób zamieszkujących w pojedynczym lokalu w analizowanych budynkach oraz wartość współczynnika kierunkowego linii trendu, w zależności od liczby lokali w budynku

Tabela 1. Wartość średnia i odchylenie standardowe liczby osób zamieszkujących w pojedynczym lokalu dla lokali w analizowanych budynkach oraz wartość współczynnika kierunkowego linii trendu, w zależności od liczby lokali w budynku
Table 1. Mean value and standard deviation of resident number in a single apartment in studied buildings and the slope value of the trend line in regard to number of apartments in a building

Lp.	Średnia liczba osób w lokalu	Odczylenie standardowe liczby osób w lokalu	Współczynnik kierunkowy linii trendu
	[osób/lokal]	[osób/lokal]	[-]
1	1,560	0,2269	-0,000505

Określone, na podstawie danych uzyskanych ze spółdzielni, zaludnienie lokali w poszczególnych budynkach w funkcji liczby mieszkańców przedstawiono na rysunku 3. Na rysunku tym przedstawiono również linię trendu. Współczynnik kierunkowy linii trendu zaludnienia mieszkań ma

bardzo niewielką wartość ujemną, praktycznie równą zero. Teoretycznie wartość ujemna współczynnika kierunkowego linii trendu świadczy o tym, że im w budynku mieszka więcej osób, tym zaludnienie mieszkań jest mniejsze. Ale dla tak małej wartości współczynnika i dużego rozrzutu punktów właściwie nie ma związku pomiędzy liczbą mieszkań w budynku a średnim zaludnieniem mieszkania.

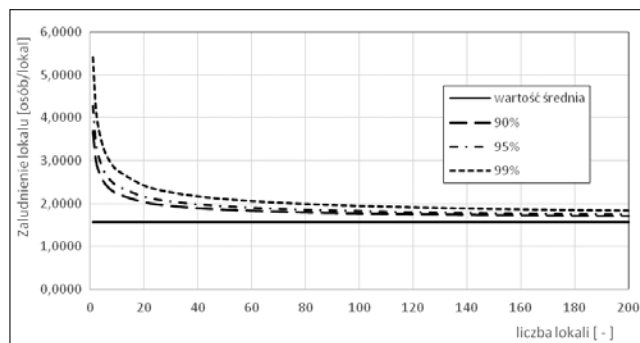
Na podstawie przedstawionej wcześniej metodyki określono wartość i odchylenie standardowe liczby osób zamieszkających pojedynczego lokalu w budynku, przedstawiono je w tabeli 2.

Tabela 2. Wartość średnia ważona i odchylenie standardowe liczby osób zamieszkających w pojedynczym lokalu dla pojedynczego lokalu w zależności od liczby lokali w budynku

Table 2. Weighted mean and standard deviation of number of residents in a single apartment in regard to number of apartments in a building

Lp.	Średnia ważona wartość liczby osób w lokalu [osób/lokal]	Odchylenie standardowe liczby osób w lokalu [osób/lokal]
1	1,554	1,657

Określona na podstawie pomiarów wartość średnią zaludnienia lokalu oraz wartości o prawdopodobieństwie występowania wraz niższymi 90%, 95% i 99% w funkcji liczby lokali, przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Zaludnienie pojedynczego lokalu, wartość średnia i wartości o prawdopodobieństwie występowania wraz z niższymi 90%, 95%, 99%, w funkcji liczby lokali w budynku
Fig.4. Population of a single apartment, mean value and probability of occurring of 90%, 95%, 99% in regard to number of apartments of buildings

Patrząc na otrzymane wykresy, można zauważyć, zgodnie z oczekiwaniami prawidłowości: im wyższe prawdopodobieństwo występowania wraz z niższymi, tym wartości zaludnienia lokali są wyższe, w miarę wzrostu liczby lokali wartości średniego zaludnienia lokali w budynku o określonym prawdopodobieństwie 90 %, 95% i 99% monotonicznie maleją. Świadczy to o tym, że dla budynków o mniejszej liczbie mieszkańców częściej będą występowały lokale o wyższym od wartości średniej zaludnieniu niż dla budynków o większej liczbie mieszkańców.

Podsumowanie

W artykule przedstawiono probabilistyczny model średniego zaludnienia lokalu mieszkalnego. Założono, że zaludnienie lokalu jest zmienną losową o rozkładzie normalnym o wartości oczekiwanej \bar{m}_i i odchyleniu standardowym $S_{\bar{m}_i}$ oraz przyjęto metodykę umożliwiającą określenie odchylenia standardowego $S_{\bar{m}_i}$ na podstawie liczby mieszkań i liczby mieszkańców dużej liczby budynków.

Znajomość parametrów rozkładu umożliwia obliczenie wartości jednostkowego rozkładu zaludnienia pojedynczego lokalu i wyznaczenie liczby osób zamieszkujących lokal o określonym prawdopodobieństwie występowania wraz z niższymi.

Zaletą zaproponowanego modelu w stosunku do dotychczas stosowanego sposobu określania liczby mieszkańców budynku, wynikającego z doświadczenia projektanta, jest możliwość określenia średniej liczby mieszkańców lokalu i tym samym liczby osób zamieszkujących budynek w zależności od przyjętego prawdopodobieństwa przewyższenia i liczby mieszkań w budynku. W praktyce inżynierskiej, do określania liczby osób zamieszkujących budynek, można używać wyników zawartych w niniejszym artykule. Zwłaszcza, że otrzymane wyniki oparte są na empirycznych danych uzyskanych w spółdzielni

mieszkaniowej. Pozwalają one na określenie liczby osób zamieszkujących budynek z uwzględnieniem prawdopodobieństwa występowania wraz z niższymi.

Zaproponowany probabilistyczny model jednostkowego zaludnienia lokalu mieszkalnego uwzględnia średnie zaludnienie lokalu i umożliwia obliczenie, dla budynków o różnej liczbie lokali, średniej liczby mieszkańców oraz o określonym prawdopodobieństwie występowania.

W artykule przedstawiono parametry tego rozkładu dla danych o zaludnieniu budynków w roku 2019, przez mieszkań-

ców sześćdziesięciu pięciu budynków mieszkalnych z 3822 lokalami mieszkalnymi, zlokalizowanymi na kilku osiedlach mieszkaniowych w Szczecinie, zamieszkałych przez 5874 osoby. Wyniki przedstawiono na wykresach na rys. 4.

Biorąc pod uwagę otrzymane wyniki, można stwierdzić:

- średnioroczne ważne zaludnienie lokali mieszkalnych wynosiło dla badanych budynków 1,554 [osób/lokal],
- odchylenie standardowe liczby osób w lokalu wynosiło dla badanych budynków 0,2269 [osoby/lokal],
- średnie zaludnienie lokalu mieszkalnego [osób/lokal] praktycznie nie zależy od liczby lokali, współczynnik nachylenia linii trendu ma bardzo niewielką wartość ujemną, co znaczy, że teoretycznie wraz z większą liczbą lokali mieszkalnych w budynku, średnie zaludnienie lokalu maleje. Ale nie jest to istotne statystycznie,
- dla danej liczby lokali w budynku wartości ich zaludnienia o wyższym prawdopodobieństwie występowania są większe niż o niższym prawdopodobieństwie występowania wraz z niższymi,
- im większa liczba lokali w budynku, tym dla danego prawdopodobieństwa występowania wraz z niższymi, wartości średniego zaludnienia lokali są mniejsze.

LITERATURA

- [1] Beniamin J. R., Cornell C. A.: Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers. Mc Graw-Hill, 1970
- [2] Jaszewska M., Szaflik W.: Zużycie ciepłej i zimnej wody w gospodarstwach domowych w Szczecinie w latach 2006 – 2019. INSTAL 4/2020, str. 22-25, DOI 10.36119/15.2020.4.4
- [3] Szaflik W.: Bilansowanie zapotrzebowania na ciepłą wodę do określania układów jej przygotowania. Materiały IV krajowej Konferencji Modernizacja Miejskich Systemów Ciepłowniczych w Polsce, Międzyzdroje, 18-20 września 1995, str. 214 – 219.
- [4] Szaflik W.: Zmienność jednostkowego średniego rocznego zużycia ciepłej i zimnej wody w budynkach mieszkalnych wielorodzinnych. INSTAL 3/2021, str. 26-30, DOI 10.36119/15.2021.3.3.
- [5] Szaflik W.: Zużycie wody w budynkach mieszkalnych wielorodzinnych. INSTAL 10/2020, str. 18-21, DOI 10.36119/15.2020.10.2